EVALUACIÓN DE BACHILLERATO
PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)
FASE GENERAL
CURSO 2018–2019

MATERIA: MATEMÁTICAS II	(3)
Convocatoria:	

Instrucciones:

. Elija una de las opciones A o B, y conteste a las cuatro cuestiones que componen la opción elegida. Si mezcla preguntas de las dos opciones el tribunal podrá anular su examen.

. En el desarrollo de cada problema, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarlo. Se califica todo.

. Se permite la utilización de calculadora científica, no programable ni con conexión a la red.

OPCIÓN B

1. Dada la parábola de ecuación $y = 4 - x^2$ y la recta de ecuación $y = x + 2$

a) Hallar los puntos intersección entre las curvas anteriores.

b) Esbozar el gráfico señalando el recinto limitado por ambas curvas.

c) Calcular el área del recinto limitado por ambas curvas.

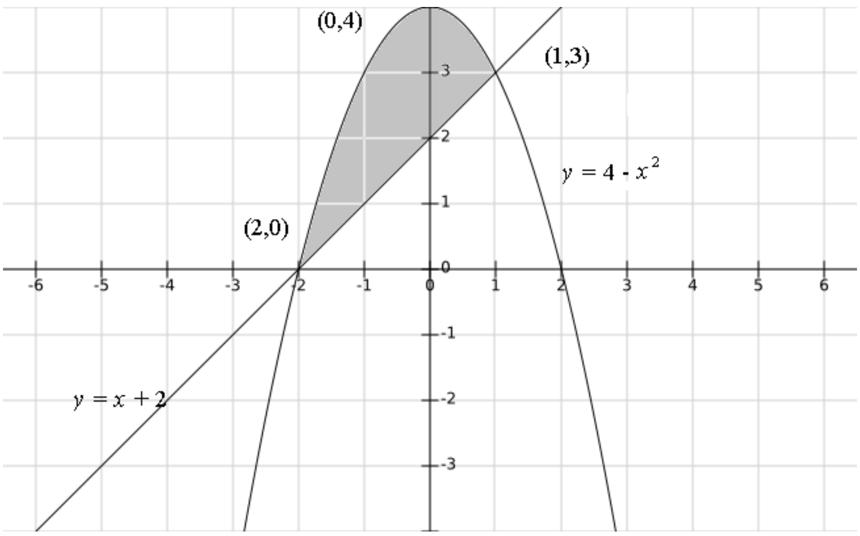
SOLUCIÓN

a) Hallar los puntos intersección entre las curvas anteriores

$$4 - x^2 = x + 2 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = 1 \quad \text{o} \quad x = -2$$

Siendo los puntos de intersección $(-2,0)$ y $(1,3)$

b) Esbozar el gráfico de ambas.



c) Calcular el área del recinto limitado por ambas curvas

Plantear la integral y límites integración correctos $A = \int_{-2}^{1} [(4-x^2)-(x+2)]dx$

Integrar y evaluar la integral $\int_{-2}^{1}(-x^2-x+2)dx = \left(-\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2x\right)\Big|_{-2}^{1} = \frac{11}{2}u^2$

2. Sea la matriz $C = A \cdot B$, donde:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & m \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ m & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Encontrar los valores de *m* para los que existe inversa de la matriz *C*

b) Calcular la matriz inversa de *C* en el caso de $m = 2$

SOLUCIÓN

a) Encontrar los valores de *m* para los que *C* tenga inversa.

SOLUCIÓN

$$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & m \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ m & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2m+1 & 2+2m \\ 1-m & 0 \end{pmatrix}$$

$\exists C \Leftrightarrow |C| \neq 0$hallamos el determinante de la matriz *C*

$$|C| = \begin{vmatrix} 2m+1 & 2+2m \\ 1-m & 0 \end{vmatrix} = 2m^2 - 2$$

$|C| = 2m^2 - 2 = 0$si$m \neq \pm 1$

Por tanto, $\exists C^{-1} \forall\, m \in \mathbb{R} - \{-1,1\}$

b) Calcular la matriz inversa de *C* para $m = 2$

Para *m* = 2 $C = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}y|C| = 6$

$$C^{-1} = \frac{Adj(C)^t}{|C|} \; Adj(C) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 5 \end{pmatrix} Adj(C)^t = \begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1/6 & 5/6 \end{pmatrix}$$

3. Hallar el ángulo que forman el plano $\pi \equiv 2x - y + z = 0$ y el plano que contiene a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = t \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = z - 1$$

SOLUCIÓN

Vector normal al plano $\pi \equiv 2x - y + z = 0 \qquad \vec{n}_\pi = (2,-1,1)$

Vector dirección de la recta *r* $\vec{v}_r = (-1,1,1)$

Vector dirección de la recta $s\ \vec{v}_s = (-2,0,1)$

Comprobar posición relativa de las rectas *r* y *s*

Ecuaciones de las rectas *r* y *s* como intersección de dos planos

$$r \equiv \begin{cases} x+y=1 \\ x+z=1 \end{cases} \qquad s \equiv \begin{cases} y=0 \\ x+2z=1 \end{cases} \qquad r \cap s \equiv \begin{cases} x+y=1 \\ x+z=1 \\ y=0 \\ x+2z=1 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -1 \neq 0 \rightarrow \text{Rang}(A) = 3$$

$$A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{col}1 = \text{col}4 \rightarrow |A^*| = 0 \rightarrow \text{Rang}(A^*) = 3$$

Como $\text{Rang}(A) = \text{Rang}(A^*) =$ número de incógnitas, es un sistema compatible determinado, las rectas se cortan.

Sea π' el plano que contiene a las rectas *r* y *s*, el vector normal a dicho plano viene dado por,

$$\vec{n}_{\pi'} = \vec{v}_r \times \vec{v}_s = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = i - j + 2k \rightarrow \vec{n}_{\pi'} = (1,-1,2)$$

El ángulo que forman los planos π y π' es,

$$\cos\alpha = \frac{\vec{n}_\pi \cdot \vec{n}_{\pi'}}{\|\vec{n}_\pi\| \|\vec{n}_{\pi'}\|} = \frac{5}{(\sqrt{6})(\sqrt{6})} = \frac{5}{6} \rightarrow \alpha = 33.5^o$$

4. Una compañía que fabrica ventiladores de CPU sabe que el tiempo de vida (en meses) de sus ventiladores se distribuye según una normal, de media igual a 18 meses y desviación típica 3,6 meses. Elegido un ventilador al azar:

a) Calcular la probabilidad de que funcione como mucho 16 meses.

b) Calcular la probabilidad de que funcione al menos 1año.

c) Calcular la probabilidad de que funcione entre 1 y 2 años.

SOLUCIÓN

Se define la variable normal X: ”periodo de vida en años de ventiladores de CPU”

X ~ *N* (18, 3.6)

a) Calcular la probabilidad de que funcione como mucho 16 meses.

$P(X < 16) = P(Z < \frac{15-18}{3.6}) = P(Z < -0.83) = 1 - P(Z < 0.83) = 1- 0.7967 = 0.2033$

Existe un 20.33% de probabilidades de que un ventilador funcione como mucho 16 meses.

b) Calcular la probabilidad de que funcione al menos 1 año.

$P(X > 1) = P(X > 12) = P(Z > -1.67) = P(Z < 1.67) = 0.9525$

Existe un 95.25% de probabilidades de que un ventilador funcione al menos un año.

c) Calcular la probabilidad de que funcione entre 1 y 2 años.

$P(1 < X < 2) = P(12 < X < 24) = P(-1.66 < Z< 1.66) = 0.9515 – (1 – 0.9515) = 0.903$

Existe un 90% de probabilidades de que un ventilador funcione entre 1 y 2 años.